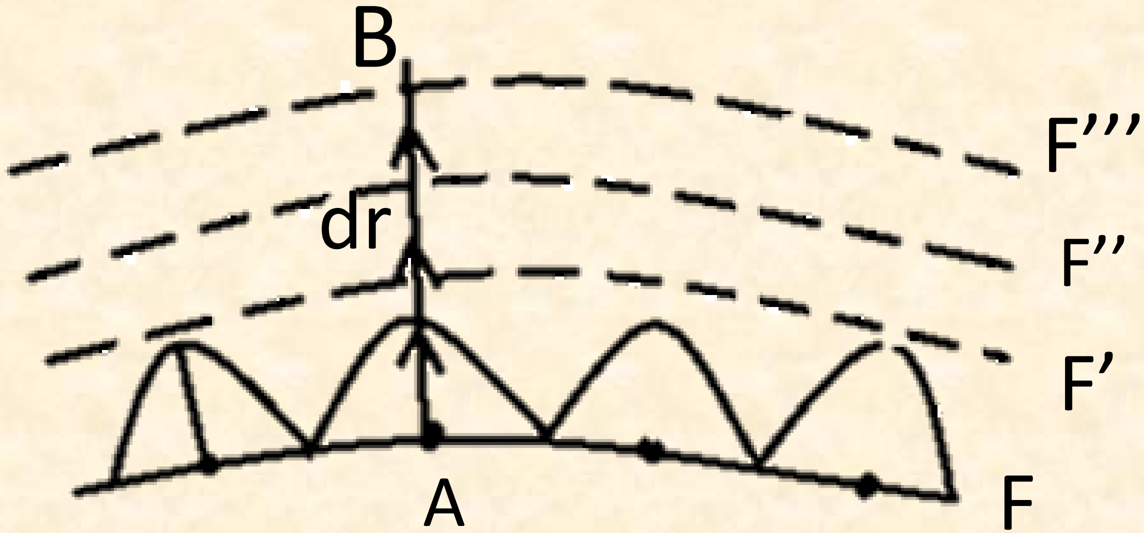
Основные понятия и законы геометрической оптики

1. Основные понятия геометрической оптики.
2. Принцип Ферма
3. Отражение и преломление света на плоской границе сред.
4. Полное внутреннее отражение света.



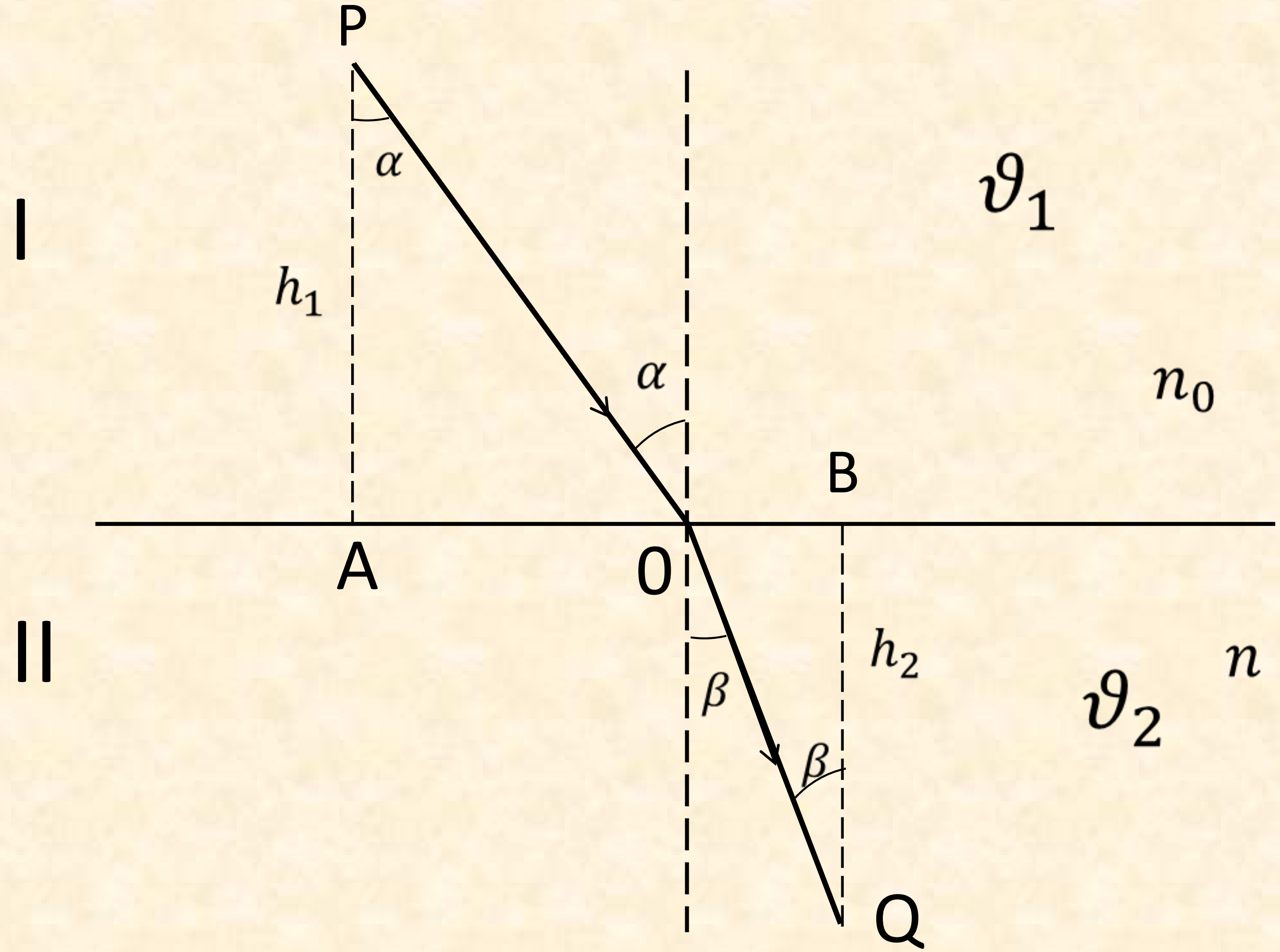
$$r_i = \vartheta dt = \vartheta \tau_i$$

где τ_i - время перемещения волнового фронта из предыдущего положения к следующему.

$$\tau_i = \frac{r_i}{\vartheta}$$

Полное время : как сумма r_i

$$\tau = \sum_i \tau_i = \sum_i \frac{r_i}{\vartheta} = \frac{\sum r_i}{\vartheta}$$



$$t = t_1 + t_2 \Rightarrow t = \frac{PO}{\vartheta_1} + \frac{OQ}{\vartheta_2} \quad (2)$$

т.к. $PA = h_1; QB = h_2; AB = l$

$$AO = x; OB = l - x$$

с учётом обозначений:

$$PO = \sqrt{h_1^2 + x^2};\ OQ = \sqrt{h^2 + (l - x)^2}$$

С учётом этих выражений:

$$t = \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{\vartheta_1} + \frac{\sqrt{h_2^2 + (l-x)^2}}{\vartheta_2}; \quad (3)$$

t(x) – функция от x. Согласно принципу Ферма время t должно быть min => t(x) должно удовлетворять условию $\frac{dt}{dx}$=0

Запишем это условие на основании (3)

$$\frac{1}{\vartheta_1} \cdot \frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{1}{\vartheta_2} \cdot \frac{(l-x)}{\sqrt{h^2 + (l-x)^2}} = 0 \ (4)$$

Поскольку $\frac{x}{\sqrt{h_1^2+x^2}} = sin\alpha$; $\frac{(l-x)}{\sqrt{h^2+(l-x)^2}} = sin\beta$

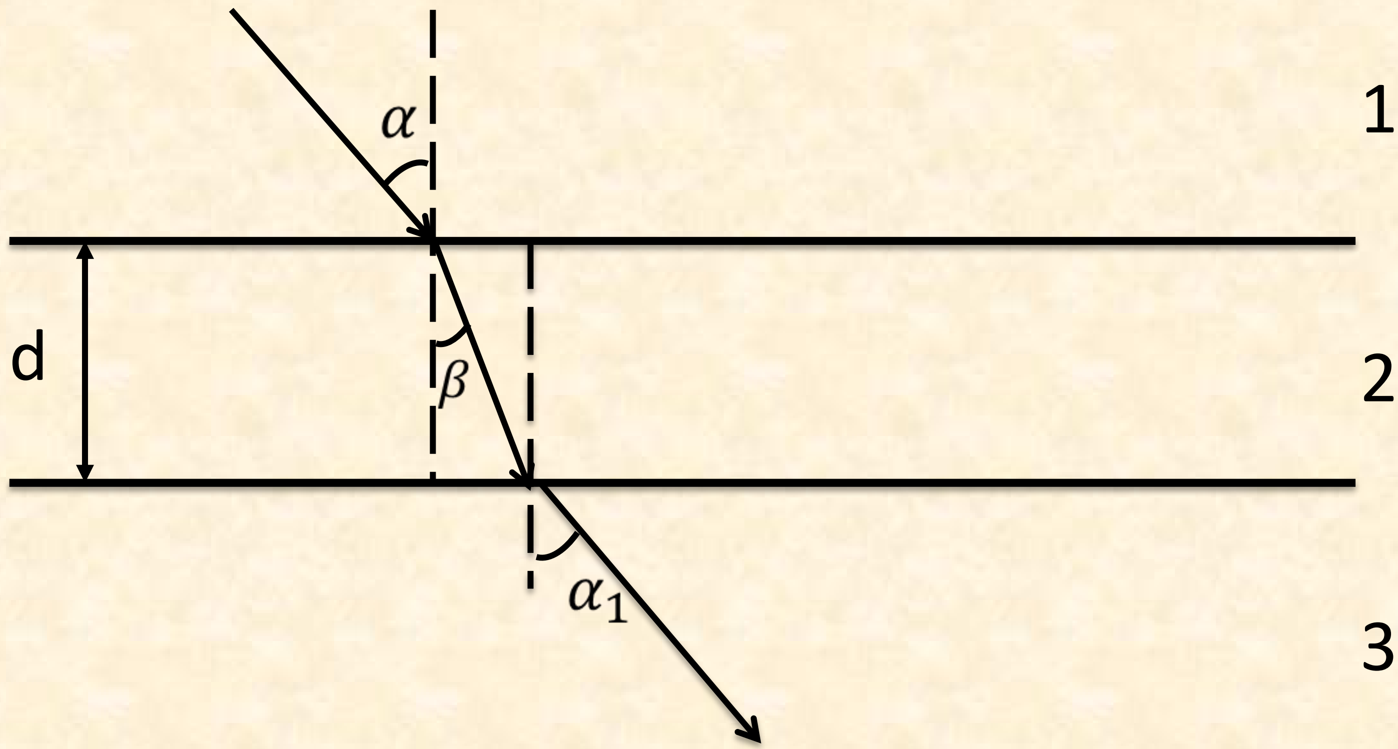
получим: $\frac{sin\alpha}{\vartheta_1} - \frac{sin\beta}{\vartheta_2} = 0 \Rightarrow$

$$=> \frac{sin\alpha}{sin\beta} = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} = \frac{n}{n_0} = const = n \qquad (5)$$

(5) – закон преломления

в) Закон отражения **(сам.)**

3. Отражение и преломление света на плоской границе раздела



1->2 $\frac{sin\alpha}{sin\beta} = n_2$ (6)

2->3 $\frac{sin\beta}{sin\alpha_1} = n_{32}$ (7)

(6)*(7): $\frac{sin\alpha}{sin\alpha_1} = n_2 \cdot n_{32}$ (8)

$\frac{sin\alpha}{sin\alpha_1} = n_3$ (9)

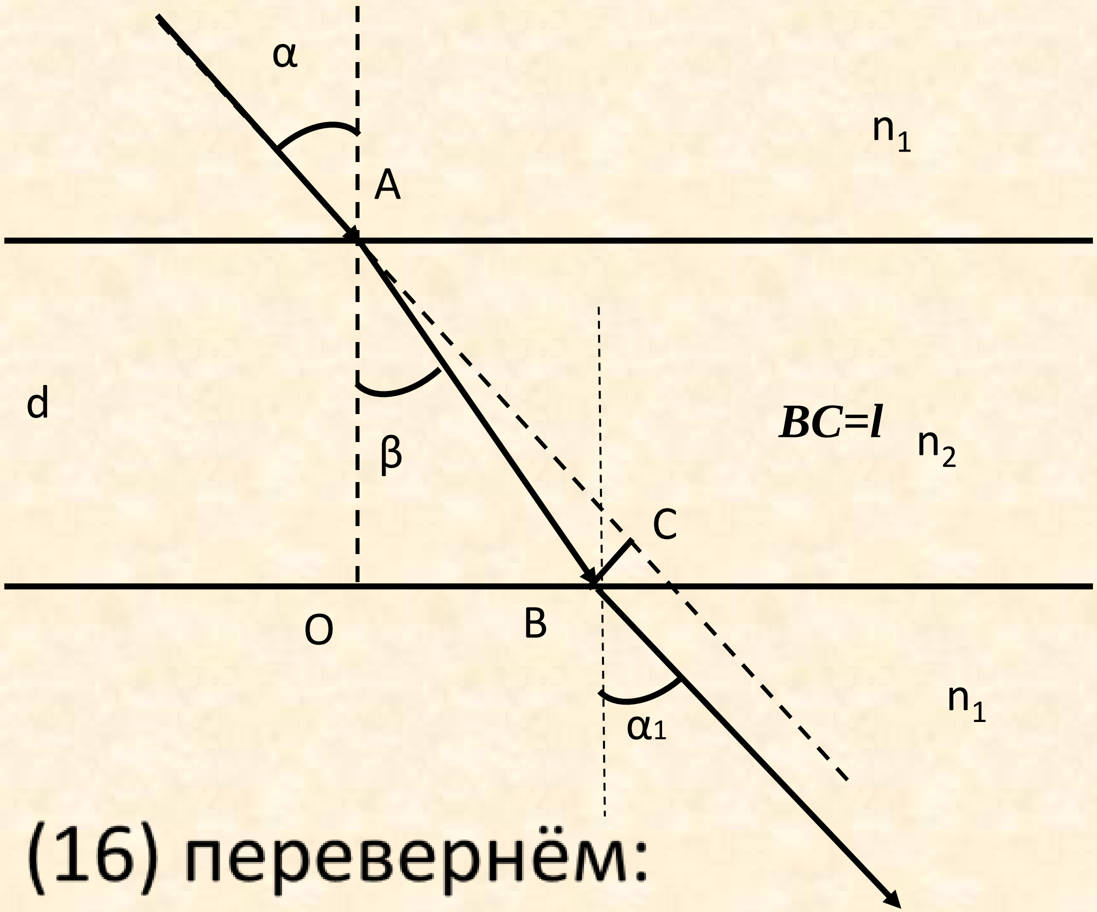
Сопоставим (8) и (9): $n_2 \cdot n_{32} = n_3$ (10) => $n_{32} = \frac{n_3}{n_2}$ (11)

$\frac{sin\alpha_1}{sin\beta} = n_{23}$ (12)

$n_{23} = \frac{n_2}{n_3} \Rightarrow \frac{sin\alpha_1}{sin\beta} = \frac{n_2}{n_3}$ (13)

Из (11), (12) и (13): $n_{23} = \frac{1}{n_{32}}$ (14)

1. Плоскопараллельная пластинка (в воздухе)



Запишем для границ раздела закон преломления:

$$\frac{sin\alpha}{sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} \quad (15)$$

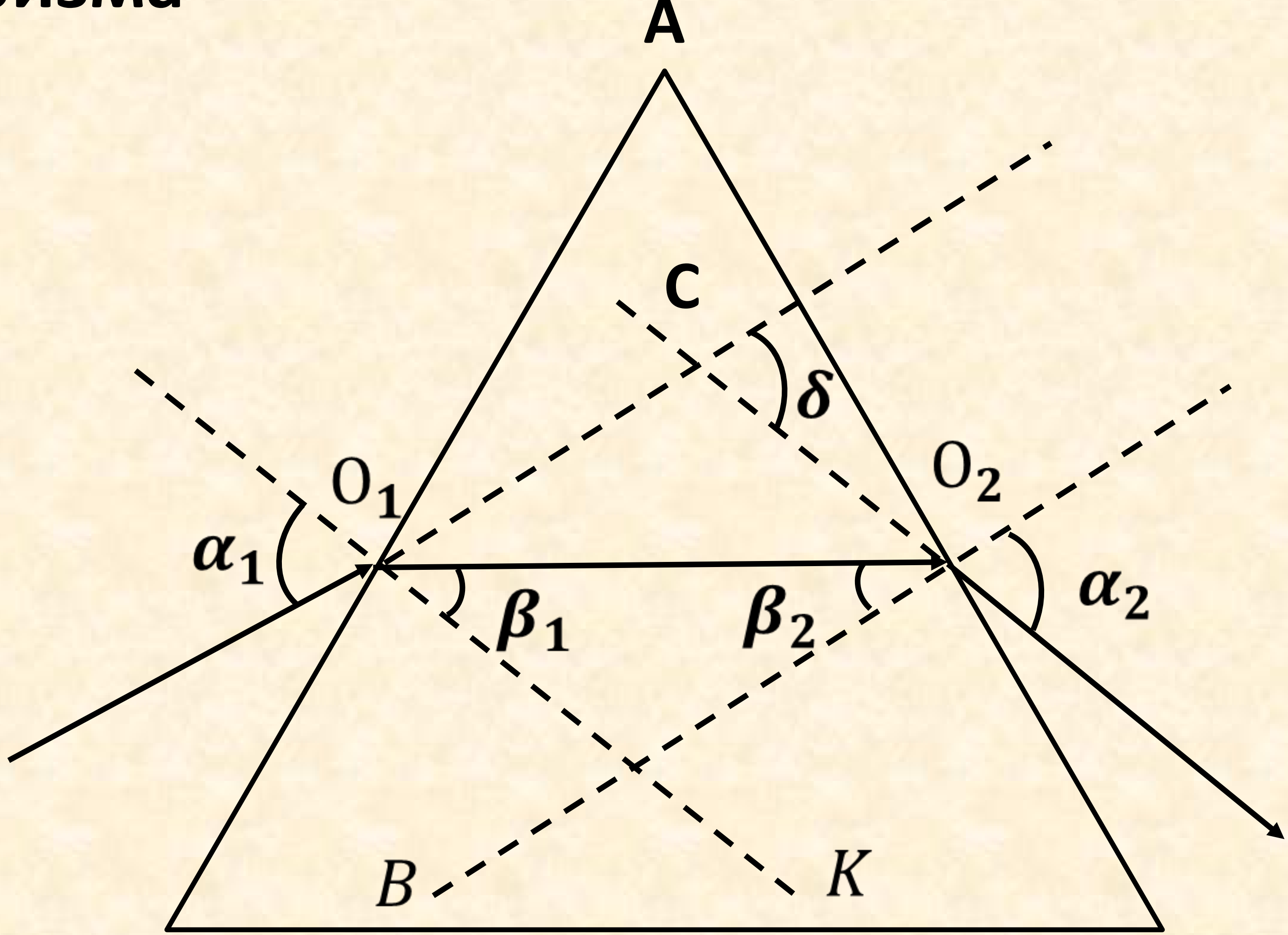
$$\frac{sin\beta}{sin\alpha_1} = \frac{n_1}{n_2} = n_{12} \quad (16)$$

(16) перевернём:

$$\frac{sin\alpha_1}{sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$ (17), из (17) и (16):

$$\frac{sin\alpha}{sin\beta} = \frac{sin\alpha_1}{sin\beta} \quad (18) \Rightarrow \ \alpha_1 = \alpha \ (19)$$

2) Призма



$$\delta = \angle CO_1O_2 + \angle CO_2O_1$$

$$\begin{cases} \angle CO_1O_2 = \alpha_1 - \beta_1 \\ \angle CO_2O_1 = \alpha_2 - \beta_2 \end{cases} \Rightarrow \delta = \alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2$$

или

$$\delta = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_1 - \beta_2) \quad (21)$$

$$\angle O_2BK = \angle A$$

из ΔO_1O_2B видно, что $\angle O_2BK$ является внешним по отношению к этому треугольнику

$\angle O_2BK = \angle BO_1O_2 + \angle BO_2O_1 = \beta_1 + \beta_2 = \angle A$ (22)

тогда $\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \angle A$ (23)

$$\frac{d\delta}{d\alpha_1} = 0$$

Берём производную:

$$\frac{d\delta}{d\alpha_1} = 1 + \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} - 0 = 0\ ;$$

и $d\alpha_2 = -d\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = -\alpha_2$

или $|\alpha_1| = |\alpha_2|$ (24)

$$\beta_1 = \beta_2 \quad (25)$$

Из (22) и (25) $A = 2\beta_1$ (26)

Значит: $\delta = 2\alpha_1 - A$ (27)

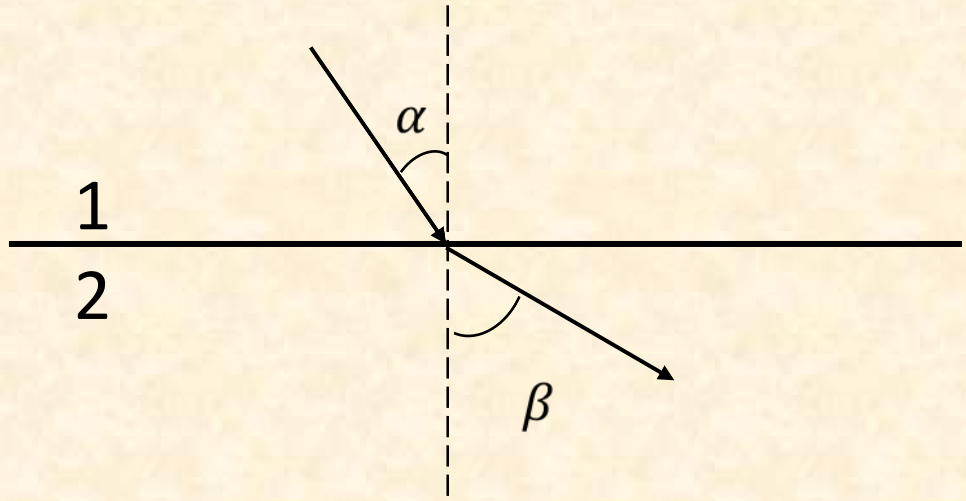
Из (26) и (27) выразим α_1 и β_1:

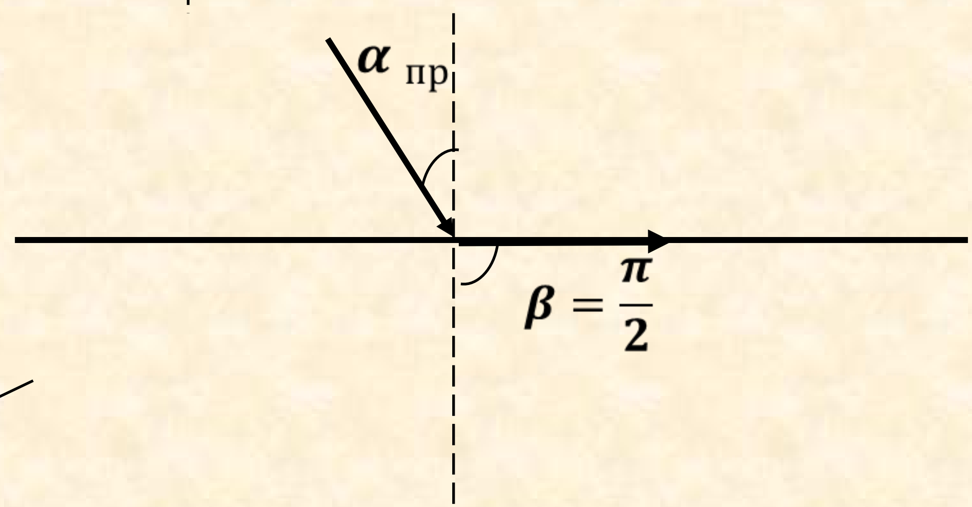
$$\alpha_1 = \frac{\delta + \mathrm{A}}{2};\ \beta_1 = \frac{\mathrm{A}}{2}$$

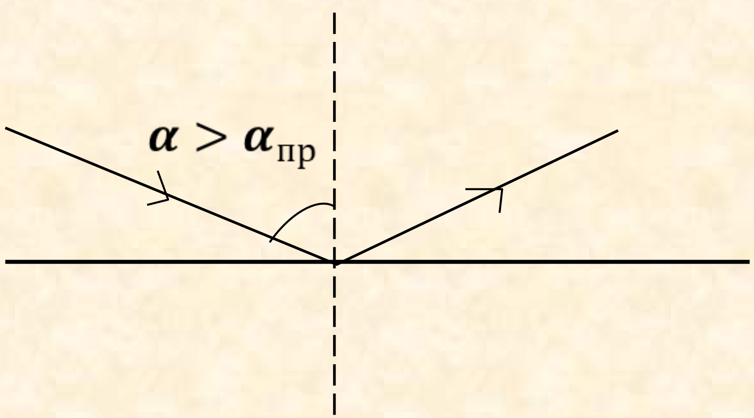
Закон преломления для первой грани:

$$\frac{sin\alpha_1}{sin\beta_1} = n \Rightarrow n = \frac{sin\frac{\delta+A}{2}}{sin\frac{A}{2}} \quad (28)$$

$$n \approx \frac{\frac{\delta+A}{2}}{\frac{A}{2}} = \frac{\delta+A}{A} \Rightarrow \delta = A(n-1)$$ (29) – формула тонкой призмы

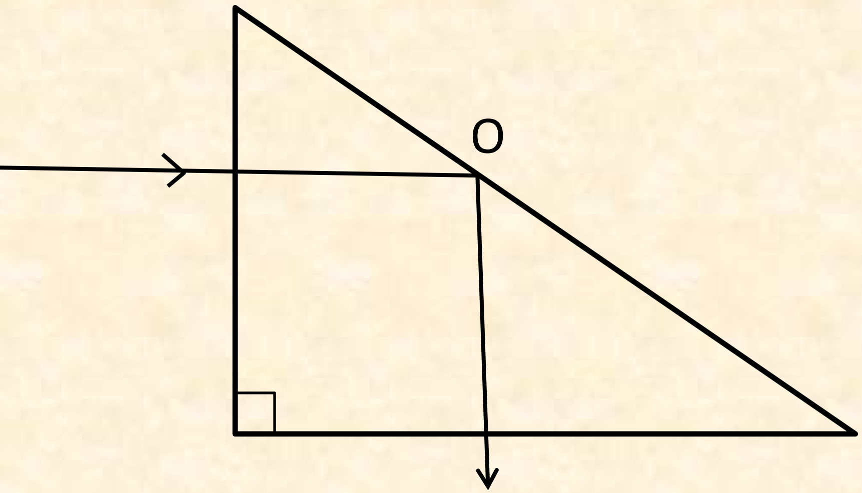

α
1
2
β


$\boldsymbol{\alpha}_{\text{пр}}$
$\boldsymbol{\beta} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}$

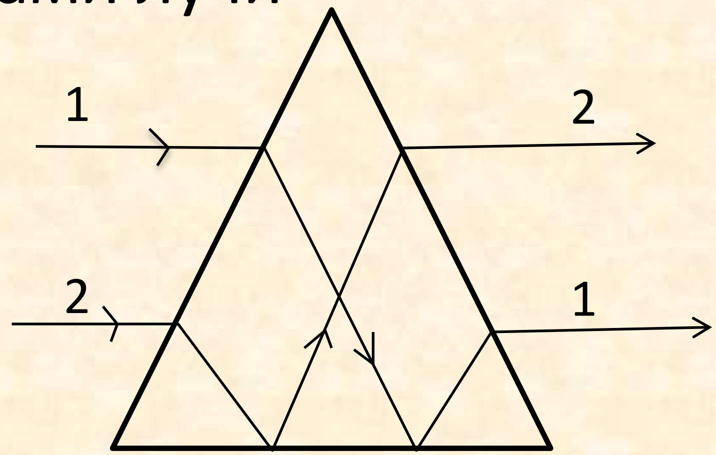

$\boldsymbol{\alpha} > \boldsymbol{\alpha}_{\text{пр}}$

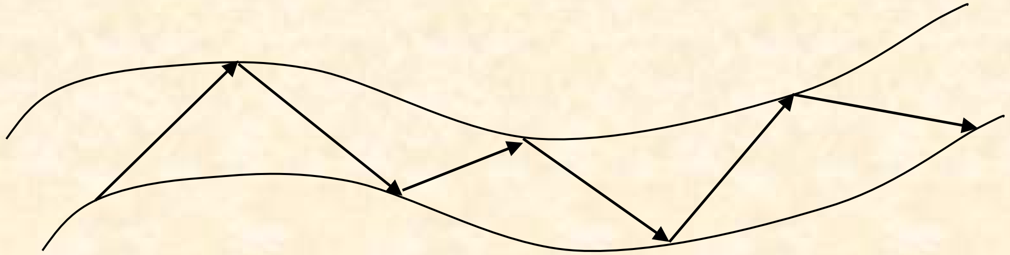
$$\frac{sin\alpha}{sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \text{ или } \frac{sin\alpha_{\text{пр}}}{sin90^0} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow sin\alpha_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \alpha_{\text{пр}} = arcsin\frac{n_2}{n_1}$$

а) поворотная призма: поворачивает луч на 90^0



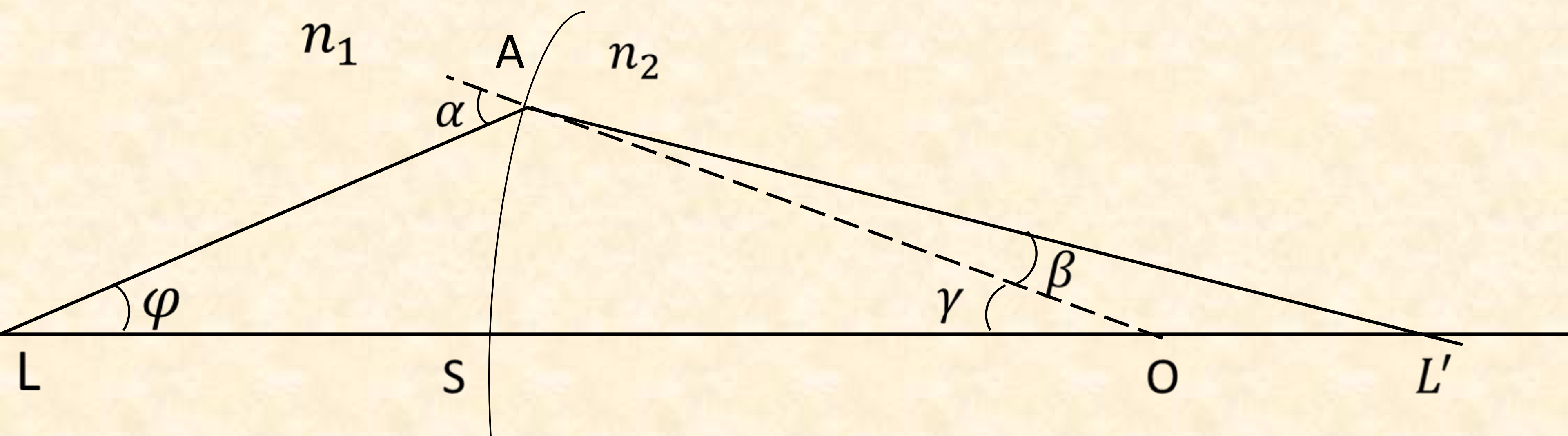
б) оборотная призма: меняет местами лучи





Преломление и отражение света на сферической поверхности

1. *Преломление света на сферической поверхности.*
2. *Сферические зеркала.*
3. *Основные закономерности построения изображений предметов в оптических системах.*
4. *Увеличение одной преломляющей сферической поверхности. Теорема Лагранжа-Гельмгольца.*



В случае параксиальных лучей можно считать, что $LS \approx LA$; $L'S \approx L'A$

Рассмотрим ΔALO; на основании теоремы синусов:

$$\frac{LO}{LA} = \frac{sin\angle LAO}{sin\gamma} \quad (1)$$

$\angle LAO = 180^0 - \alpha; sin\angle LAO = \sin(180 - \alpha) = sin\alpha;$

т.е. $\frac{LO}{LA} = \frac{sin\alpha}{sin\gamma} \quad (2)$

Рассмотрим $\Delta AOL'$: $\frac{AL'}{OL'} = \frac{sin\angle AOL'}{sin\beta}$;

$$\angle AOL' = 180^0 - \gamma \Rightarrow \frac{AL'}{OL'} = \frac{sin\gamma}{sin\beta} \quad (3)$$

Перемножим почленно (2) и (3):

$$\frac{LO}{LA} \cdot \frac{AL'}{OL'} = \frac{sin\alpha}{sin\beta} \quad (4)$$

Т. к. $\frac{sin\alpha}{sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$, то $\frac{LO}{LA} \cdot \frac{AL'}{OL'} = \frac{n_2}{n_1}$ (5)

Введём следующие обозначения:

|LS| = d – от поверхности до предмета (точки)

|SL'| = f – расстояние от поверхности до изображения

кривизны

SO = R – радиус поверхности

$$LO = LS + SO = -d + R;$$

$$LA \approx LS = -d; AL' \approx SL' = f$$

подставим в (5)

$$\frac{(-d+R)}{-d} \cdot \frac{f}{f-R} = \frac{n_2}{n_1} \quad (6)$$

$$(-d + R) \cdot f n_1 = n_2(-d)(f - R)$$

$$-n_1 df + n_1 Rf = -n_2 df + n_2 dR$$

$$n_1 Rf - n_1 df = n_2 dR - n_2 df \qquad (7)/:Rfd$$