

Лекция 4

Преломление и отражение света на сферической поверхности

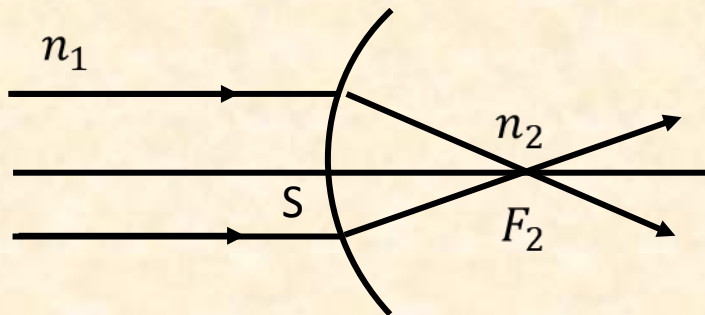
$$\frac{n_1}{d} - \frac{n_1}{R} = \frac{n_2}{f} - \frac{n_2}{R} \quad (8)$$

$$n_1 \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{R} \right) = n_2 \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{R} \right) \quad (9)$$

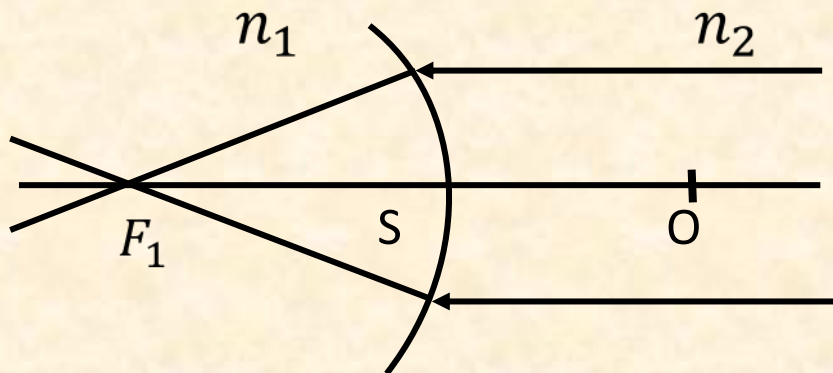
Из (9) следует, что для каждой среды произведение $n \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{R} \right) = Q = \text{const.}$

Эта величина называется нулевым инвариантом Аббе.

$$\frac{n_1}{d} - \frac{n_2}{f} = \frac{n_1 - n_2}{R} \quad (10)$$



$$\frac{n_1}{\infty} - \frac{n_2}{f} = \frac{n_1 - n_2}{R} \Rightarrow f = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = F_2 \quad (11)$$



Найдём SF_1 :

$$f = \infty \Rightarrow \frac{n_1}{d} - \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

$$d = -\frac{n_1 R}{n_2 - n_1} = F_1 \quad (12)$$

В общем случае фокусные расстояния $F_1 \neq F_2$, т. к. $n_1 \neq n_2$

Из (10) с учётом F_1 и F_2 ; и делением его почленно на выражение $\frac{n_1 - n_2}{R}$ получим:

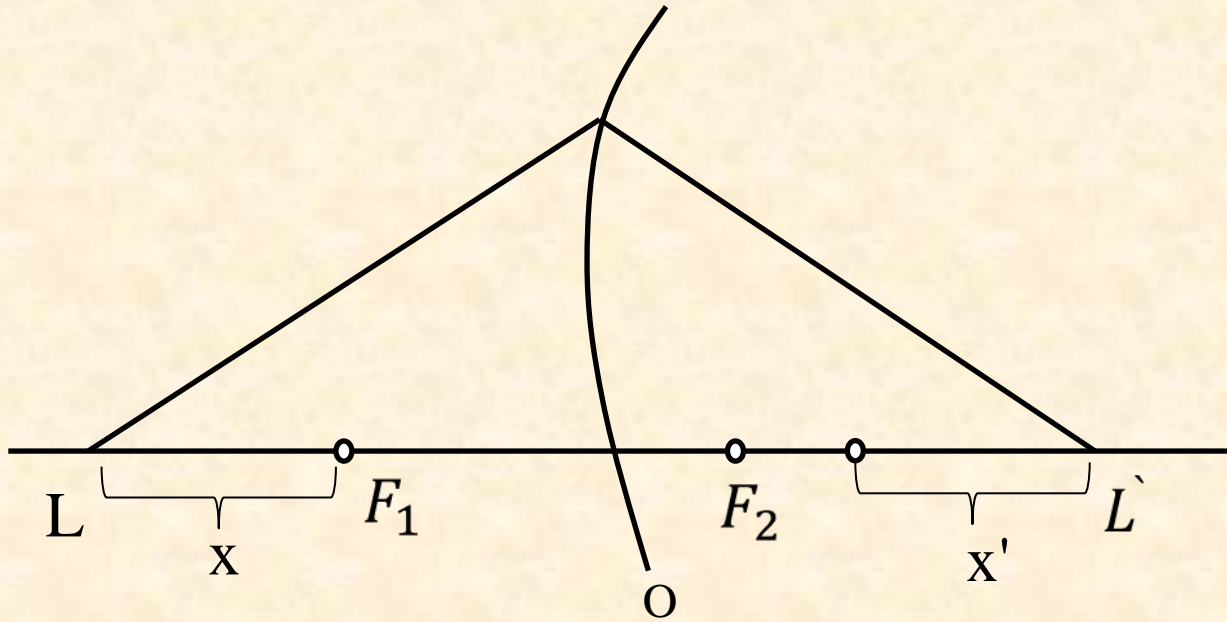
$$\frac{n_1 R}{d(n_1 - n_2)} - \frac{n_2 R}{f(n_1 - n_2)} = 1 \quad (13)$$

$$-\frac{n_1 R}{d(n_1 - n_2)} + \frac{n_2 R}{f(n_1 - n_2)} = 1 \quad (14)$$

Из (12), (11) и (14) получим:

$$\frac{F_1}{d} + \frac{F_2}{f} = 1 \quad (15)$$

(15) – ещё один вид записи основного уравнения преломляющей сферической поверхности.



$$LF_1 = x; \quad F_2L' = x'$$

$$d = F_1 + x; \quad f = F_2 + x',$$

$$(15) \quad \Rightarrow \frac{F_1}{F_1 + x} + \frac{F_2}{F_2 + x'} = 1 \quad (16)$$

$$F_1(F_2 + x') + F_2(F_1 + x) = (F_1 + x)(F_2 + x'),$$

$$F_1F_2 + F_1x' + F_1F_2 + F_2x = F_1F_2 + F_1x' + F_2x + xx',$$

Получим: $xx' = F_1F_2$ (17) – формула Ньютона

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad (18)$$

$$\alpha = -\beta \quad (19)$$

$$n_2 = -n_1 \quad (20)$$

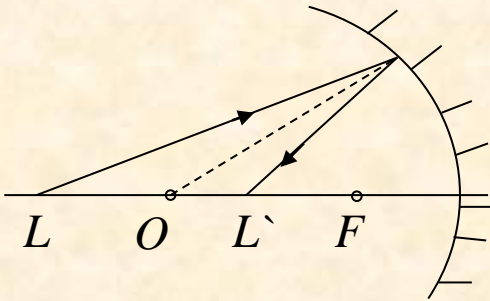
$$\frac{n_1}{d} + \frac{n_1}{f} = \frac{2n_1}{R} \Rightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R} \quad (21)$$

(21) – Общая формула сферического зеркала

$$F = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = \frac{-n_1 R}{-n_1 - n_1} = \frac{R}{2} = F \quad (22)$$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \quad (23)$$

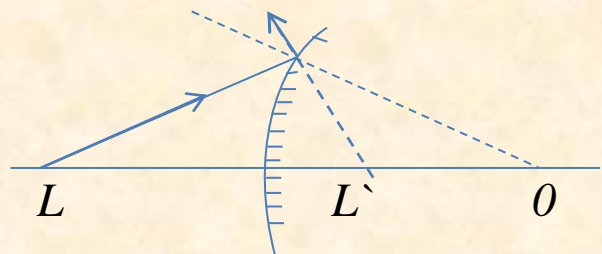
a) Вогнутое: С учётом правила знаков отрезков выясним каким будет R



$$R > 0; \quad F = \frac{R}{2} > 0$$

б) Выпуклое :

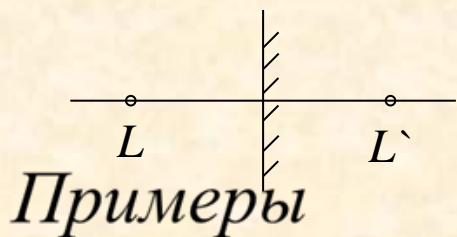
$$R < 0; \quad F = \frac{R}{2} < 0$$



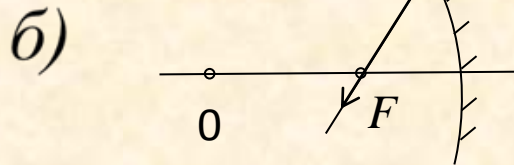
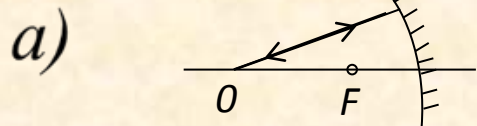
Фокус является мнимым

в) Плоское зеркало $R = \infty \Rightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R} = \frac{2}{\infty} \Rightarrow$

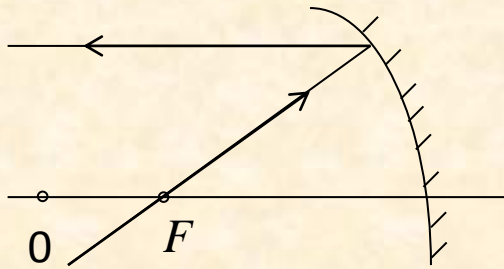
$$\Rightarrow d = -f \quad (24)$$



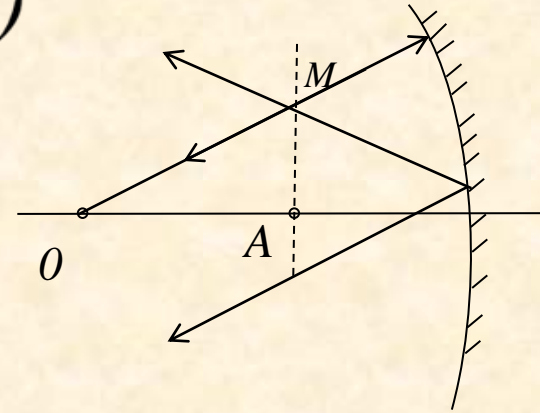
Примеры



в)



г)

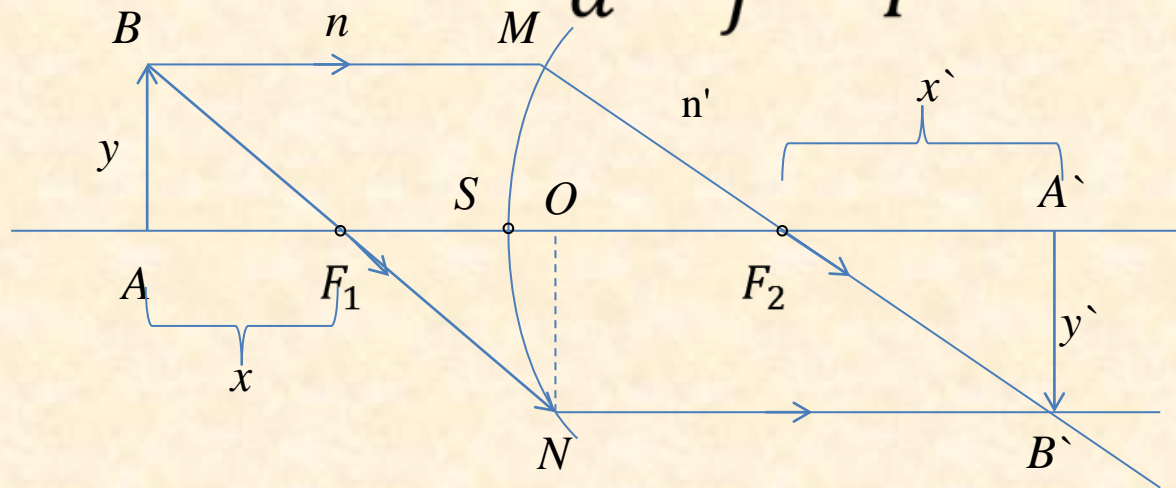


Для выпуклого зеркала изображение всегда мнимое ($f < 0$). Общая формула зеркала **ВЫГЛЯДИТ ТАК:**

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}$$

Для вогнутого зеркала при $d < F$ изображение действительное ($f < 0$). Общая формула:

$$\frac{1}{d} \pm \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$



$$K = \frac{y'}{y}$$

ΔABF_1 и ΔNOF_1 подобны;

$$\frac{NO}{AB} = \frac{F_1O}{AF_1};$$

$$NO=y'; \quad F_1O \approx F_1;$$
$$AB=y; \quad AF_1=x;$$

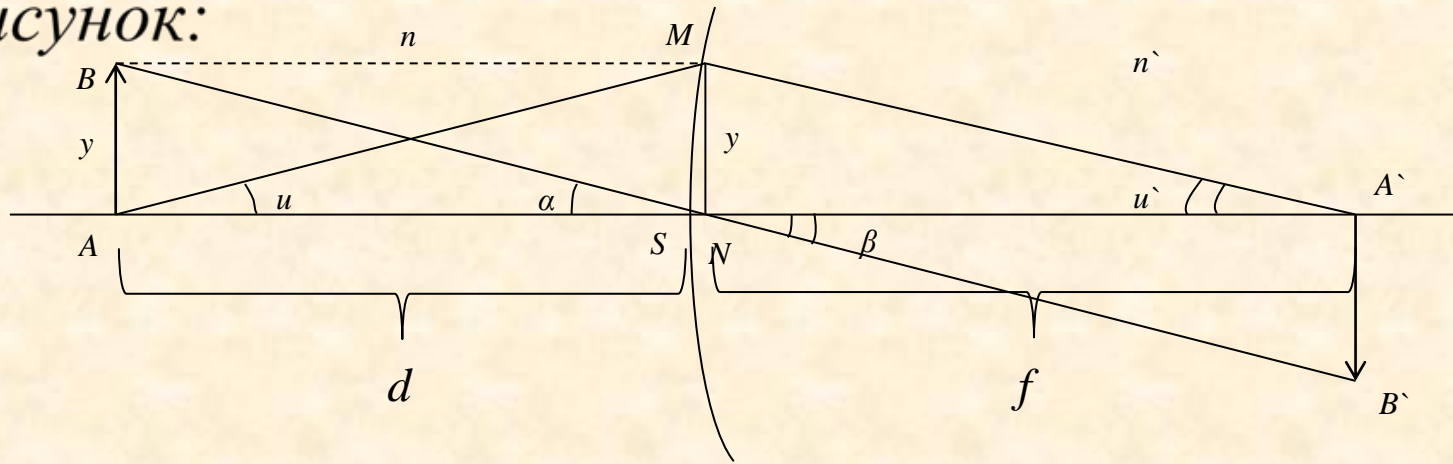
$$K = \frac{F_1}{x} \quad (25)$$

$$xx' = F_1 F_2 \Rightarrow \frac{F_1}{x} = \frac{x'}{F_2} \Rightarrow K = \frac{x'}{F_2} \quad (26)$$

$$\varphi = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} \quad (27)$$

$$\varphi = \frac{U'}{U} \quad (28)$$

рисунок:



Из $\triangle ABS$: $y = d \operatorname{tg} \alpha \approx d \alpha$

Из $\triangle A'NB'$: $y' = f \operatorname{tg} \beta \approx f \beta$

Тогда $k = \frac{y'}{y} = \frac{f \beta}{d \alpha} \quad (29)$

Согласно закону преломления имеем

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n'}{n} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} \approx \frac{n'}{n} \quad (30)$$

Тогда: $k = \frac{fn}{dn'}$ (31)

Из $\triangle AMN$ и $\triangle MNA'$

$$y = d \operatorname{tg} u; \quad y = f \operatorname{tg} u'$$

$$d \operatorname{tg} u = f \operatorname{tg} u' \Rightarrow \frac{f}{d} = \frac{\operatorname{tg} u}{\operatorname{tg} u'} \approx \frac{u}{u'} \quad (32)$$

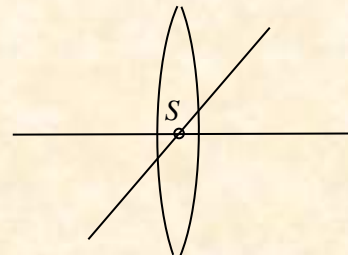
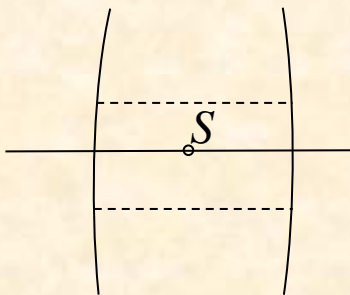
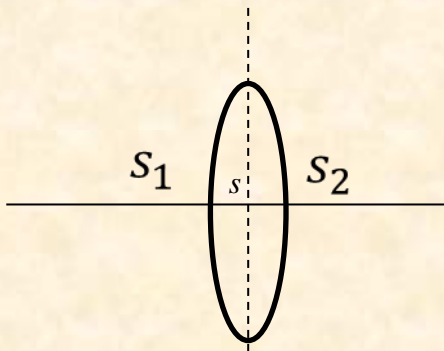
Тогда: $k = \frac{n}{n'} \frac{u}{u'}$ (33)


Поскольку $\frac{u}{u'} = \frac{1}{f} \Rightarrow k = \frac{n}{n'} \frac{1}{f}$ (34)


Тогда: $\frac{y'}{y} = \frac{n}{n'} \frac{u}{u'}$ (35) $\Rightarrow y n u = y' n' u'$ (36)


Где $y n u$ – инвариант Лонгранжа-Гельмгольца.


$$y n \sin u = y' n' \sin u' \quad (37)$$



Двояковыпуклая- 

Двояковогнутая- 

Плосковыпуклая- 

Плосковогнутая- 

Пусть некоторая тонкая линза с показателем преломления вещества n ограничена средами n_1 и n_2

