

§ 35. Физика атомов и молекул

Частота колебаний электрона в атоме по модели Томсона

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

где k – коэффициент квазиупругой силы, действующей на электрон в атоме; m – масса электрона.

Формула Резерфорда – относительное число α -частиц, рассеянных в элементарном телесном угле $d\Omega$ под углом Θ к первоначальному направлению их движения

$$\frac{dN}{N} = na \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\Theta}{2}},$$

где n – концентрация атомов фольги, a – толщина фольги, Z – порядковый номер вещества фольги в таблице Менделеева, m и v – масса и скорость α -частицы, $d\Omega = 2\pi \sin \Theta d\Theta$.

Величина ra называется *массовой толщиной* фольги, где ρ – ее плотность.

Первый постулат Бора – электроны могут двигаться в атоме не по любым орбитах, а только по стационарным определенного радиуса. При движении по стационарным орбитах момент импульса электрона является величиной кратной приведенной постоянной Планка

$$mvr = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Второй постулат Бора – движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением или поглощением энергии. Полная энергия электрона при этом не изменяется

$$E = E_k + E_{\text{п}} = \text{const}.$$

Третий постулат Бора – переход электрона с одной стационарной орбиты на другую сопровождается излучением или поглощением кванта энергии

$$h\nu = E_2 - E_1.$$

Радиус орбиты, скорость и полная энергия электрона в водородоподобном ионе

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{Ze^2m}n^2, \quad v = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0\hbar n}, \quad E = -\frac{Z^2e^4m}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2n^2}.$$

Обобщенная формула Бальмера – Ридберга

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где λ – длина волны излучения, соответствующая переходу между энергетическими уровнями с квантовыми числами k и n ; Z – порядковый номер элемента; $R = 1,09 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – постоянная Ридберга.

Энергия излучения при электронных переходах в атоме

$$\varepsilon = Z^2 hcR \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Спектр атома водорода (см. рис. 35.1).

Коротковолновая граница тормозного рентгеновского спектра излучения

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU},$$

где e – заряд электрона, U – напряжение на рентгеновской трубке.

Закон Мозли, определяющий частоту характеристического рентгеновского излучения

$$\nu = (Z - \sigma)^2 cR \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где Z – порядковый номер элемента в таблице Менделеева, из которого изготовлен антикатод; σ – постоянная экранирования.

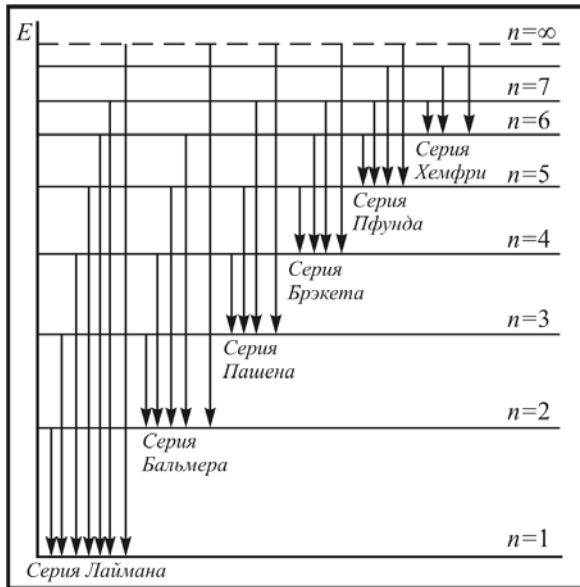


Рис. 35.1

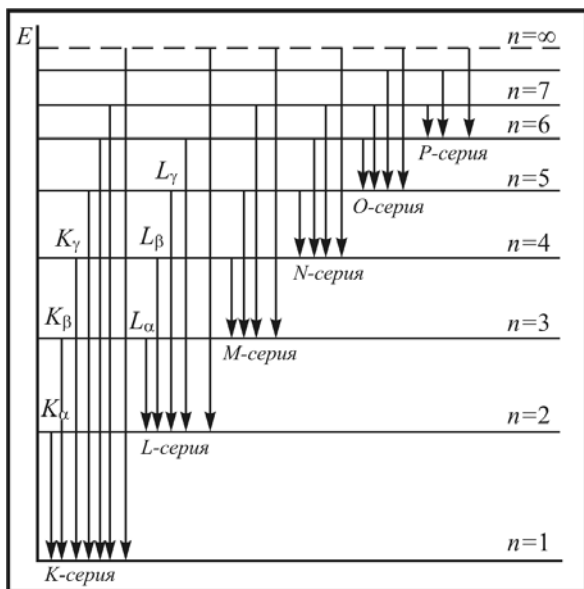


Рис. 35.2

Спектр характеристического рентгеновского излучения (см. рис. 35.2).

Закон поглощения рентгеновского излучения

$$I = I_0 e^{-\mu d},$$

где I_0 – первоначальная интенсивность излучения, μ – линейный коэффициент поглощения, d – толщина поглощающего слоя.

Закон сохранения энергии при рекомбинационном рассеянии излучения с частотой ν_0 :

$$h\nu_p = h\nu_0 \pm \Delta W_i,$$

где $\Delta W_i = h\nu_i$ – энергия возбуждения молекулы, ν_i – собственная частота молекулы.

Частота фиолетового спутника $\nu_\phi = \nu_0 + \nu_i$, частота красного спутника $\nu_\kappa = \nu_0 - \nu_i$.

Закон сохранения энергии при стоксовой люминесценции

$$h\nu_{\text{л}} = h\nu_0 - W_i,$$

где $\nu_{\text{л}}$ – частота люминесценции; ν_0 – частота излучения, вызывающего люминесценцию; W_i – энергия, передаваемая молекуле.

Правило Стокса

$$\nu_{\text{л}} < \nu_0.$$

Энергетический выход люминесценции

$$\eta = \frac{W}{W_0},$$

где W_0 – энергия излучения, вызывающего люминесценцию; W – энергия люминесценции.

Закон изменения интенсивности излучения при самостоятельной люминесценции

$$I = I_0 e^{-\alpha t}.$$

Закон изменения интенсивности излучения при рекомбинационной люминесценции

$$I = \frac{I_0}{(b + \alpha t)^2},$$

где b и α – постоянные величины, t – время излучения.

Продолжительность жизни возбужденного состояния

$$\tau = \frac{1}{\alpha}.$$

Инверсная заселенность энергетических уровней

$$\frac{N_n}{N_m} = e^{-\frac{E_n - E_m}{kT}} \text{ при } N_n > N_m \text{ и } E_n - E_m > 0.$$

Закон изменения интенсивности лазерного излучения

$$I = I_0 e^{-\beta l},$$

где $\beta = A \left(1 - \frac{N_n}{N_m} \right)$ – коэффициент поглощения, A – постоянная величина.

Угол расходимости лазерного пучка

$$\Theta = \frac{\lambda}{D},$$

где λ – длина волны, D – диаметр излучающей поверхности.

Модели атома. Спектры атома водорода и водородоподобных ионов

35.1. Согласно теории Томсона радиус атома $\sim 3 \cdot 10^{-10}$ м. Определите частоту колебаний электронного осциллятора.

35.2. Узкий пучок α -частиц с кинетической энергией $E_k = 0,6$ МэВ и интенсивностью $I = 3 \cdot 10^5$ част/с падает нормально на медную ($Z = 29$, $M = 63,5$ г/моль, $\rho = 8900$ кг/м³) фольгу (рис. 35.3). На расстоянии $r = 20$ см от участка фольги, рассеивающего α -частицы под углом $\Theta = 70^\circ$ к направлению падения α -частиц, плотность потока рассеянных α -частиц равна $J = 30$ част/(см²·с). Определите толщину a этой фольги.

35.3. На платиновую ($Z_1 = 78$, $M_1 = 195,1$ г/моль) фольгу нормально падает узкий пучок α -частиц. Если платиновую фольгу заменить медной ($M_2 = 63,5$ г/моль,) той же массовой толщины, то количество α -частиц, регистрируемых счетчиком в единицу времени, уменьшится в $k = 2,36$ раза. Определите порядковый номер меди.

35.4. Какое количество α -частиц рассеивается в интервале углов между $\Theta_1 = 44^\circ$ и $\Theta_2 = 46^\circ$, если на медную ($Z = 29$,

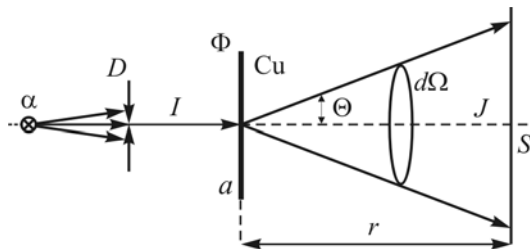


Рис. 35.3

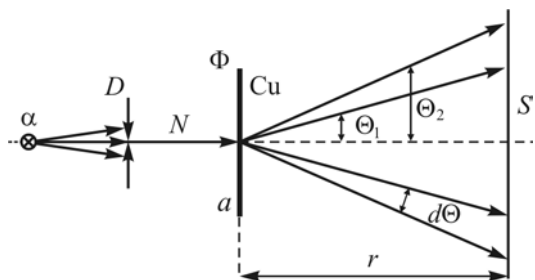


Рис. 35.4

$M = 63,5$ г/моль, $\rho = 8900$ кг/м³) фольгу (рис. 35.4) толщиной $a = 5,0$ мкм нормально падает $N = 1,0 \cdot 10^4$ α -частиц с энергией $E = 1,0$ МэВ?

35.5. Определите число α -частиц, рассеянных золотой ($Z = 79$, $M = 197$ г/моль) фольгой за $\tau = 30$ мин в интервале углов между $\Theta_1 = 59^\circ$ и $\Theta_2 = 61^\circ$. Энергия α -частиц равна $E = 0,50$ МэВ, интенсивность пучка $I = 5,0 \cdot 10^5$ част/с, массовая толщина фольги $\rho a = 1,5$ мг/см².

35.6. Определите энергию, необходимую для ионизации водородоподобного иона лития Li^{++} ($Z = 10$).

35.7. Определите импульс электрона на первой боровской орбите в атоме водорода.

35.8. Определите период вращения электрона вокруг ядра атома водорода.

35.9. Электрон, находящийся в основном состоянии атома водорода, получил энергию, равную 12,1 эВ. На какой энергетический уровень произошел при этом переход электрона?

35.10. Атом водорода, находящийся в состоянии покоя, излучает фотон, который соответствует переходу с третьего энергетического уровня в основное состояние. Определите энергию отдачи атома.

35.11. Определите границы спектра атома водорода.

35.12. Определите разность длин волн граничных линий серий Лаймана и Брэкета.

35.13. Определите частоту головной линии серии Пашена.

35.14. Какая энергия соответствует кванту излучения, возникающего при третьем по порядку переходе в серии Пфунда?

35.15. С какого уровня совершился переход электрона в атоме водорода, если при этом в серии Лаймана появилась спектральная линия, длина волны которой равна 94,7 нм?

35.16. Во сколько раз отличаются длины волн головной линии серии Пашена в спектре атома водорода и соответствующей линии в спектре водородоподобного иона гелия He^+ ?

35.17. Определите частоту излучения, соответствующую фотону с наибольшей энергией в спектре водородоподобного иона бериллия Be^{+++} .

35.18. Определите минимальную скорость электронов, при бомбардировании которыми атомов водорода в его спектре появится граничная линия серии Бальмера.

35.19. Определите длину волны головной линии серии Лаймана, если известно, что длина волны граничной линии серии Пашена равна 820,6 нм.

35.20. Фотон с энергией 125,9 эВ выбил электрон из основного состояния водородоподобного иона лития Li^{++} . Какую кинетическую энергию будет иметь фотоэлектрон вдали от ядра атома?

Рентгеновское излучение. Комбинационное рассеяние. Люминесценция. Лазеры

35.21. Определите энергию фотона, которому соответствует наименьшая длина волны тормозного рентгеновского излучения, исходящего с рентгеновской трубки, работающей при напряжении 40 кВ.

35.22. Импульс рентгеновского фотона, которому соответствует наименьшая длина волны тормозного рентгеновского излучения, равен $6,1 \cdot 10^{-25}$ Н·с. Определите скорость электронов, бомбардирующих антикатод рентгеновской трубки.

35.23. Какое наименьшее напряжение необходимо подать на рентгеновскую трубку с вольфрамовым антикатодом, чтобы в спектре рентгеновского излучения появились все линии K-серии?

35.24. Определите разность энергий связи K - и L -электронов алюминия.

35.25. Длина волны K_{α} -линии в спектре никеля отличается от коротковолновой границы рентгеновского спектра на 10%. Определите напряжение на рентгеновской трубке.

35.26. Определите разность длин волн между K_{α} -линией и коротковолновой границей непрерывного рентгеновского спектра, если рентгеновская трубка работает при напряжении 30,0 кВ и ее антикатод изготовлен из молибдена.

35.27. При увеличении напряжения на рентгеновской трубке от 20 кВ до 40 кВ разность длин волн между K_{α} -линией и коротковолновой границей непрерывного рентгеновского спектра увеличилась в 1,17 раз. Определите порядковый номер в таблице Менделеева вещества, из которого изготовлен антикатод R -трубки.

35.28. Определите энергию связи L -электрона никеля, если разность длин волн головной и граничной линий K -серии равна 41,6 пм.

35.29. Определите постоянную решетки кристалла, на который падает рентгеновское излучение от R -трубки, работающей при напряжении 50 кВ. При этом учесть, что наименьший угол скольжения, при котором наблюдается первый дифракционный максимум, равен $3,0^{\circ}$.

35.30. K_{α} -излучение железа падает на кристалл, постоянная решетки которого равна 300 пм. Определите наименьший угол скольжения, при котором наблюдается второй дифракционный максимум.

35.31. K_{β} -излучение никеля проходит через слой железа толщиной 2,0 см. Как изменится при этом интенсивность этого излучения, если массовый коэффициент поглощения железа для этой длины волны равен $5,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{кг}$?

35.32. Молекулярная система, собственная частота колебаний молекул которой равна $200,0 \cdot 10^{12} \text{ рад/с}$, рассеивает излучение с длиной волны 410,8 нм. Определите длину волны красного спутника в спектре комбинационного рассеивания.

35.33. На молекулярную систему с собственной частотой колебаний молекул $250,0 \cdot 10^{12}$ рад/с падает излучение с длиной волны 407,7 нм. Определите длину волны фиолетового спутника в спектре комбинационного рассеивания.

35.34. При комбинационном рассеивании возникает красный спутник с частотой $4,25 \cdot 10^{15}$ рад/с. Определите длину волны света, падающего на молекулярную систему, если энергия возбуждения молекул равна 0,130 эВ.

35.35. Энергия фотона, соответствующего фиолетовому спутнику в спектре комбинационного рассеивания, в 1,05 раза больше, чем энергия фотона, соответствующего красному спутнику. Определите собственную частоту колебаний молекул системы, на которую падает излучение с длиной волны 340 нм.

35.36. Интенсивность излучения красного спутника в 15 раз больше, чем фиолетового. Определите температуру молекулярной системы, если собственная частота колебаний молекул равна $2,15 \cdot 10^{14}$ рад/с.

35.37. Определите частоту фиолетового спутника, интенсивность которого в 10 раз меньше интенсивности красного спутника в спектре комбинационного рассеивания при температуре 500 К. Длина волны света, падающего на данную молекулярную систему, 350 нм.

35.38. Определите длину волны люминесцентного излучения, если энергия фотона ($\lambda_0 = 300$ нм), вызывающего люминесценцию, в 1,15 раза больше, чем энергия фотона люминесценции.

35.39. Определите длину волны излучения, вызывающего антистоксовую люминесценцию с частотой $1,50 \cdot 10^{15}$ Гц. Энергия возбуждения двухатомных молекул люминофора соответствует температуре 2000 К.

35.40. Инверсная заселенность ($\ln(N_n/N_m)$) уровней активного элемента твердотельного лазера при комнатной температуре равна 70,73. Определите длину волны лазерного излучения.

35.41. Сколько фотонов излучает твердотельный лазер в одном импульсе, продолжительность которого $\tau = 10$ нс и средняя

мощность $P = 5,0$ МВт? Длина волны лазерного излучения $\lambda = 530$ нм.

35.42. Лазер с КПД 0,10 % излучает в импульсе $2,5 \cdot 10^{19}$ фотонов, которым соответствует длина волны 694,3 нм. Определите потребляемую лазером импульсную мощность, если продолжительность импульса равна 2,0 мс.