

§ 7. Механика жидкостей и газов

В *гидроаэростатике* рассматриваются условия и закономерности равновесия жидкостей и газов под действием тех сил, с которыми отдельные части жидкости или газа действуют друг на друга или на соприкасающиеся с ними тела.

Физическая величина, равная силе, действующей на единицу площади поверхности выделенного объема по нормали к поверхности, называется давлением

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}.$$

Давление – скалярная величина, которая характеризует напряженное состояние сплошной среды. Давление, вызванное силой тяжести и зависящее от глубины под поверхностью жидкости, называется *гидростатическим*. Для несжимаемой жидкости гидростатическое давление на глубине h

$$p = \rho gh,$$

где ρ – плотность жидкости.

Распределение давления внутри жидкости и газа при действии поверхностных сил определяется *законом Паскаля*: жидкость (или газ), находящаяся в состоянии покоя, передает производимое на нее

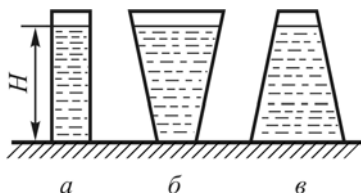


Рис. 7.1

поверхностными силами внешнее давление по всем направлениям одинаковым образом.

На основании закона Паскаля можно сделать следующие практические выводы, часто применяемые при решении задач:

- *полное давление* в любой точке жидкости равно сумме давления p_0 на ее поверхности и гидростатического давления столба жидкости, находящейся над этой точкой:

$$p = p_0 + \rho gh.$$

Это соотношение называется *гидростатическим уравнением*. Таким распределением давления в жидкости объясняется *гидростатический парадокс*: сила давления на дно сосуда не всегда равно весу жидкости в сосуде (рис. 7.1);

- однородные жидкости в сообщающихся сосудах устанавливаются на одном уровне;
- если жидкости в сообщающихся сосудах неоднородные (рис. 7.2), то их высоты обратно пропорциональны плотностям жидкостей:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

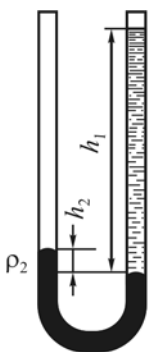


Рис. 7.2

В соответствии с законом Архимеда на тело, ρ_1 погруженное в жидкость или газ, действует *выталкивающая сила*, направленная вертикально вверх, численно равная весу жидкости или газа в объеме погруженной части тела и приложенная в центре тяжести этого объема

$$F_A = \rho g V.$$

Точку приложения выталкивающей силы называют *центром давления*.

При рассмотрении движения жидкости в большинстве случаев с достаточной степенью точности можно считать ее идеальной жидкостью.

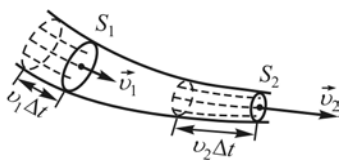


Рис. 7.3

Идеальная жидкость – воображаемая несжимаемая жидкость, лишенная вязкости и теплопроводности. В идеальной жидкости отсутствует внутреннее трение, т. е. нет касательных напряжений между двумя соседними слоями.

При стационарном (установившемся) движении жидкости через любое поперечное сечение трубки тока за одинаковые промежутки времени перемещается один и тот же объем жидкости (рис. 7.3):

$$SV = \text{const},$$

где S – площадь сечения трубки тока, v – скорость течения жидкости. Это соотношение называется *уравнением неразрывности струи*.

При установившемся движении идеальной жидкости в трубке тока для двух произвольно выбранных сечений справедливо соотношение

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = mg(h_1 - h_2) + (p_1 - p_2)\Delta V,$$

в соответствии с которым изменение кинетической энергии рассматриваемой массы жидкости равно сумме работ силы тяжести и сил давления.

Следствием закона сохранения механической энергии для стационарного течения идеальной жидкости является *уравнение Бернулли*

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const}.$$

В этом уравнении $\frac{\rho v^2}{2}$ – *динамическое давление*, $\rho gh + p$ – *статическое давление* идеальной жидкости при ее стационарном течении.

Скорость течения идеальной жидкости через малое отверстие в боковой поверхности или в дне широкого сосуда определяется *формулой Торричелли*

$$v = \sqrt{2gh},$$

где h – глубина отверстия относительно уровня жидкости в сосуде.

При *ламинарном течении* вязкой жидкости помещенное в струю неподвижное тело испытывает *лобовое сопротивление*

$$F = r\nu\eta,$$

где r – коэффициент, зависящий от формы и размеров тела; η – коэффициент динамической вязкости.

При равномерном движении шара со скоростью ν в вязкой среде сила сопротивления определяется *формулой Стокса*

$$F_c = 6\pi R\nu\eta,$$

где R – радиус шара.

Объем V жидкости, протекаемой по трубе длиной l и радиусом R при ламинарном течении за время t , определяется *формулой Пуазейля*:

$$V = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8\eta l},$$

где Δp – разность давлений на концах трубы.

Лобовое сопротивление в случае *турбулентного обтекания* тела при не очень больших скоростях

$$F_{л} = C_x \frac{\rho \nu^2}{2} S,$$

где C_x – коэффициент лобового сопротивления, который зависит от формы и размеров тела; S – площадь проекции тела на плоскость, перпендикулярную скорости струи (*миделево сечение*); ρ – плотность среды обтекания.

Переход от ламинарного течения жидкости по трубам к турбулентному определяется *числом Рейнольдса*:

$$Re = \frac{\rho \nu l}{\eta},$$

где l – величина, характеризующая линейные размеры тела (при течении в длинных цилиндрических трубах l равно диаметру). Отношение $\nu = \eta/\rho$ называется *коэффициентом кинематической вязкости*.

Равновесие жидкости и газа

7.1. На точных аналитических весах, находящихся под стеклянным колпаком, взвешивают однородное, не имеющее внутри полостей, тело. Изменятся ли показания весов, если выкачать из-под колпака воздух?

7.2. Какую силу давления испытывает стенка аквариума длиной $l = 2,0$ м, если с вертикалью она образует угол $\alpha = 15^\circ$, а высота воды в аквариуме $h = 1,0$ м (рис. 7.4), атмосферное давление $p = 1,01 \cdot 10^5$ Па?

7.3. В двух сообщающихся сосудах налита ртуть. В один из них поверх ртути налит столб касторового масла высотой $h_1 = 48$ см, а в другой – столб керосина высотой $h_2 = 20$ см (рис. 7.5). Определите разность уровней ртути в сообщающихся сосудах.

7.4. Морская вода на 3 % тяжелее речной. Чтобы пароход при переходе из моря в реку не изменил своей осадки, с него сняли 90 т груза. Определите вес парохода вместе с оставшимся на нем грузом.

7.5. В цилиндрический сосуд налиты равные массы ртути и воды. Общая высота слоев ртути и воды 0,20 м. Определите давление на дно сосуда в случае, когда сосуд: а) покоится; б) движется вертикально с ускорением свободного падения.

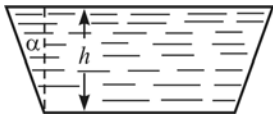


Рис. 7.4

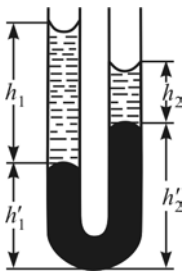


Рис. 7.5

7.6. Сосуд с жидкостью движется по прямолинейному горизонтальному пути. Как будет расположена свободная поверхность жидкости при движении сосуда с ускорением $a = g$?

7.7. Диаметр одного из колен U-образной трубки в два раза больше диаметра второго. В трубку налили ртуть, а затем в ее узкое колено воду. Насколько изменятся уровни ртути в коленях сосуда, если высота водяного столба $h = 35$ см?

7.8. С помощью гидравлического пресса, КПД которого $\eta = 75\%$ и отношение

площадей поршней $s/S = 1/25$, требуется в течение $t = 30$ с спрессовать груз массой $m = 50$ т так, чтобы при сжатии его на $\Delta h = 25$ см наибольшая сила давления груза на верхнюю площадку прессы достигла $F = 0,50$ МН. Определите: совершенную прессом работу, считая, что деформация по вертикали пропорциональна величине сжимающей силы; среднюю и максимальную мощности двигателя; число ходов малого поршня, если известно, что за ход малый поршень опускается на расстояние $H = 10$ см.

7.9. Тело кубической формы плавает по поверхности ртути так, что в ртуть погружено 0,33 его объема. Какая часть объема тела будет погружена в ртуть, если поверх нее налить слой воды, полностью закрывающий тело?

7.10. Мяч для игры в настольный теннис массой m и радиусом R погружают под воду на глубину h и отпускают. На какую высоту от поверхности воды подпрыгнет мяч? Сопротивление воздуха и воды при движении не учитывать.

7.11. В мензурке с водой плавает кусок льда. Как изменится уровень воды в мензурке после того, как лед растает, в следующих случаях: 1) лед однородный; 2) во льду находится вмёрзший металлический предмет; 3) внутри льда имеется пузырек воздуха?

7.12. Для определения плотности неизвестной жидкости однородное тело подвесили на пружинных весах в этой жидкости, а затем в вакууме и в воде. Оказалось, что тело весит в жидкости $G_1 = 1,64$ Н, в вакууме $G_2 = 1,90$ Н, в воде $G_3 = 1,65$ Н. Найдите плотности жидкости ρ_1 и тела ρ_2 .

7.13. Посредине большого озера прорубили прорубь. Толщина льда оказалась равной 2,0 м. Чему равна глубина воды в проруби относительно поверхности льда?

7.14. Куб с ребром $l = 1,0$ м плавает в воде так, что глубина погружения нижней грани равна $l_1 = 0,25$ м. После того как на куб положили камень объемом $V = 10$ дм³, глубина погружения нижней грани увеличилась на $\Delta l = 2,0$ см. Определите плотность вещества куба и плотность камня.

7.15. В сосуд, наполненный до краев водой, опускают кусок льда. Некоторый объем воды, равный объему погруженной части

куска льда, при этом выливается. Изменится ли давление на дно сосуда после таяния льда?

7.16. При взвешивании самородка золота вместе с кварцем, в который он заключен, динамометр зафиксировал вес $G = 1,32$ Н. При погружении в воду выталкивающая сила оказалась равной $F_A = 0,20$ Н. Определите массу самородка золота. Плотность кварца $2,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

7.17. Деталь отлита из сплава железа и никеля. Определите, какую часть по объему составляют железо и никель, если деталь весит в воздухе $G_1 = 34,2$ Н, а в воде $G_2 = 30,2$ Н.

7.18. Аэростат, наполненный водородом, поднимается с Земли, имея ускорение $1,0$ м/с². Определите объем аэростата, если общая масса аэростата равна $0,70$ т.

7.19. Лыдина, поперечное сечение которой $1,0$ м² и толщина $0,40$ м, плавает в воде. Какую работу надо совершить, чтобы полностью погрузить лыдину в воду?

7.20. В вертикально расположенном сосуде с сечениями S_1 и S_2 находятся два невесомых поршня. Поршни соединены тонкой проволокой длины l (рис. 7.6). Определите силу натяжения проволоки T , если пространство между поршнями заполнено водой. Трением пренебречь. Наружные поверхности поршней открыты в атмосферу.

7.21. Круглый конус высотой $h = 1,0$ м плавает в воде так, что ось его вертикальна и вершина обращена вверх. Какова высота подводной части конуса, если плотность материала конуса $\rho = 580$ кг/м³?

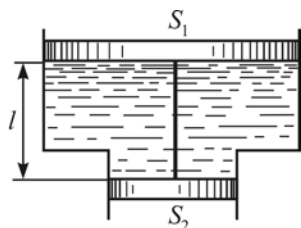


Рис. 7.6

7.22. В цилиндрическом стакане может плотно и без трения перемещаться поршень радиусом $R = 5,0$ см и массой $M = 4,0$ кг. В отверстие поршня, который первоначально лежит на дне стакана, вставлена тонкостенная трубка радиусом $r = 2,0$ см. Какую массу воды m необходимо влить в трубку, чтобы поршень поднялся на высоту $H = 20$ см?

7.23. Выведите формулу поправки, которую надо вносить при взвешивании в воздухе на рычажных весах тела плотностью ρ с помощью гирь плотностью ρ_1 , если плотность воздуха ρ_0 .

7.24. Лежащий на дне сосуда шар давит на него с силой, равной одной трети действующей на него силы тяжести. Определите плотность материала шара, если известно, что он погружен в воду до половины.

Гидроаэродинамика

7.25. Из бранспойта вертикально вверх бьет струя воды. Расход воды $Q = 50$ л/мин. Определите площадь сечения струи S_1 на высоте $h = 1,5$ м над концом бранспойта, если вблизи него сечение равно $S_0 = 1,2$ см².

7.26. Из отверстия диаметром $d = 7,0$ мм в дне цилиндрического сосуда вытекает вода. Определите зависимость скорости понижения уровня воды в сосуде от высоты h этого уровня, если диаметр сосуда $D = 0,30$ м. Чему равна эта скорость для высоты $h_1 = 0,50$ м?

7.27. Оцените приближенно скорость катера v , если вода поднимается вдоль передней вертикальной части катера на высоту $h = 0,70$ м?

7.28. Через трубку переменного сечения AB за каждую минуту протекает $V = 100$ дм³ воздуха (рис. 7.7). Диаметр широкой части трубки $d_1 = 4,0$ см, а узкой $d_2 = 1,2$ см. Определите разность уровней Δh воды, налитой в манометрическую трубку. Плотность воздуха принять равной $1,30$ кг/м³.

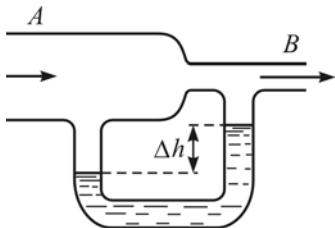


Рис. 7.7

7.29. Цилиндр насоса, расположенный горизонтально, имеет диаметр $d_1 = 20$ см. В нем движется поршень со скоростью $v_1 = 1,0$ м/с, выталкивающий воду через отверстие диаметром $d_2 = 2,0$ см. Определите

скорость вытекания воды и давление ее в цилиндре насоса.

7.30. На горизонтальном столе стоит сосуд, в вертикальной стенке которого сделано несколько отверстий одно над другим. Сосуд наполнен водой и из отверстий бьют струи. 1). Показать, что две струи попадают в одну точку на поверхности стола, если расстояние одного из отверстий от уровня жидкости в сосуде и другого от поверхности стола одинаковы. 2). В каком месте стенки сосуда надо сделать отверстие, чтобы струя из него попадала на максимальное расстояние от сосуда?

7.31. В бак равномерной струей наливается вода. Ежесекундно объем воды увеличивается на $Q = 1,0$ л/с. В дне бака имеется отверстие площадью $S = 2,0$ см². На каком уровне будет держаться вода в баке?

7.32. Определите мощность, развиваемую сердцем человека, если при каждом сокращении левый желудочек выталкивает в аорту кровь массой $m = 75$ г под давлением $p = 25$ кПа, и за время $t = 1,0$ мин происходит в среднем $n = 75$ сокращений желудочка.

7.33. Определите, какой должен быть диаметр отверстия в дне широкого сосуда, чтобы вода в нем держалась на постоянном уровне, равном $h = 15$ см, если ежесекундно в сосуд наливается $V = 0,5$ дм³ воды.

7.34. Цилиндрический сосуд заполнен водой до высоты $h = 60$ см. В боковой поверхности сосуда находятся два отверстия на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Струи жидкости, вытекающие из отверстия, пересекаются в одной точке на уровне дна сосуда. На каком расстоянии от поверхности воды находится верхнее отверстие?

7.35. Вычислите максимальное значение скорости потока воды в трубе диаметром $d_1 = 5,0$ см, при котором течение будет оставаться ламинарным. Критическое значение числа Рейнольдса для трубы $Re \approx 2300$. Каково соответствующее значение скорости для трубы диаметром $d_2 = 0,50$ см? Температуру воды принять равной 20 °С.

7.36. В стенке сосуда с водой просверлены одно над другим два отверстия площадью $S = 0,20$ см² каждое. Расстояние между отверстиями $l = 50$ см. В сосуд ежесекундно вливается $V = 140$ см³

воды. Определите точку пересечения струй, вытекающих из отверстий.

7.37. В горизонтально расположенном цилиндре находится объем воды V , вытекающей через отверстие, площадь сечения которого значительно меньше площади поршня ($s \ll S$). Какую работу необходимо совершить, чтобы, действуя на поршень постоянной силой, выдавить из поршня всю воду за время t ?

7.38. Из шланга площадью сечения S и длиной l , расположенного под углом α к горизонту, вытекает струя воды со скоростью v_0 . Определите массу воды, находящейся в воздухе при ее установившемся течении, если плотность воды ρ .

7.39. Кубик из однородного материала, находящийся в жидкости, всплывает с постоянной скоростью. Плотность жидкости в $n = 3,5$ раза больше плотности материала кубика. Определите, во сколько раз сила сопротивления, действующая на всплывающий кубик, больше его силы тяжести.

7.40. Какой наибольшей скорости может достичь дождевая капля диаметром $d = 0,40$ мм, если коэффициент динамической вязкости воздуха $\eta = 20$ мкПа·с?

7.41. С какой силой протекающая вода действует на трубу диаметром $d = 10$ см, изогнутую под прямым углом, если ежесекундный расход воды $Q = 15$ кг/с.

7.42. По изогнутой под прямым углом трубе поперечного сечения S со скоростью v течет газ, плотность которого ρ . С какой силой газ действует на трубу? Сжатием газа и трением о стенки трубы пренебречь.

7.43. К водопроводному крану с помощью резиновой трубки присоединена жесткая трубка длиной $l = 1,0$ м с внутренним поперечным сечением $S = 0,30$ см². Трубка изогнута снизу (рис. 7.8). Определите, на какой угол отклонится трубка, если из нее вытекает вода со скоростью $v = 2,0$ м/с, а масса трубки $m = 80$ г.



Рис. 7.8