Фазовое пространство

Консерв. система N мат точек
нет диссипации

по координатам

x_k, y_k, z_k, $k = 1, 2, \dots N$

обобщ. коорд $q_1(x_1, y_1, z_1, \dots z_N)$

$q_2(x_1, x_2, \dots z_N)$

$q_n(x_1 \dots z_n)$; $n = 3N$

Ур-е Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot q_i} = \frac{\partial L}{\partial q_i}, \quad i = 1, \dots 3N$$

$L = K - U$ — ф Лагр

кин пот

$$\left.\begin{aligned} \dot q_k &= \frac{\partial H}{\partial p_k} \\ \dot p_k &= -\frac{\partial H}{\partial q_k} \end{aligned}\right\} k = 1 \dots 3N$$

ур-е Гамильт

$$H = \sum_{k=1}^{N} p_k \dot q_k - L, \quad p_k = \frac{\partial L}{\partial \dot q_k}$$

H - ф. Гамильт

q_k, p_k - каноним перем

$q_{k'}, p_{k''} \Rightarrow X_k$ $\quad k' = 1 \dots 3N$

$\quad k'' = 1 \dots 3N$

$\quad k = 1 \dots 3N$

$X_1, X_2 \dots X_{3N} \Rightarrow X$

$dX_1, dX_2 \dots dX_{3N} \to dX$

Ур. Гамильт. – диф. ур. 1$^{\text{го}}$ пор.

$X(t) = f(X(t=0)) = f(X^0)$

Фаз. пр-во – вообрАж. 6N мерное по числу $X_1, \dots X_{6N}$

• в фазовом – сост. сист. по $\bar{q}$ и $\bar{p}$ в данный момент вр.

С течением времени точка перемещается

фазовая траектория – показывает движение всех N мат. т.

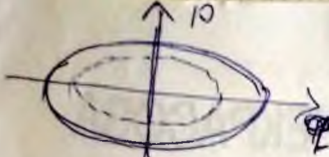
Здесь решения ур-й Гамильт. имеют только одно значение – фазовые траектории не пересекаются

Фазовая плоскость – X_1, X_2

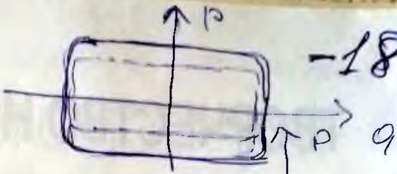
гармонический осцил. одна степень свободы

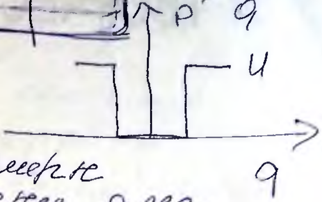
$q = q_0 \sin \omega t \longrightarrow X_1$

$p = m\dot{q} = m\omega \cos \omega t = p_0 \cos \omega t \to X_2$



гарм. осц.





Одномерн
потенц яма

Статистическое описание механической системы

канон. перем. $X_1 \dots X_{6N} \to X$

полностью описывают систему микроскопически - подробно.

Зная фаз. траект $\to$ знаем микро состояние

На опыте - определяем макросостояние через малое число параметров

Одному макросост. $\to$ много микро сост

макроописание не столь полное как микро

$F_k(X)$, $k = 1, 2 \dots n$; $n \ll N$

макропарам

число частиц $6N$

Зная все $F_k \not\to$ все X_l

$k = 1 \dots n$ $\qquad l = 1 \dots 6N$

Зная все F_k можно только статистически предположить какие $X_1, X_2 \dots X_{6N}$

Макросистему описать вероятностно задавая п.л. вер-ти $\omega(X)$

$\omega(X_1, X_2 \dots X_{6N})$

$\omega(X_1, X_2, \dots X_{6N}, t)$

$\omega(X, t)$

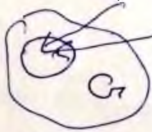
ф. пл. вер. $\omega(X) = \omega(x_1, x_2 \ldots x_{6N}, t)$
должна отвечать условиям задания системы, симметрися

Выбрать $\omega(x,t)$ априорно можно по разному

правильность выбора по сравнению данных расчета с опытом

зная $\omega(x,t) \rightarrow W(G) = \int \omega(x,t)\,dX$

вер. нах. $(x_1, x_2 \ldots x_{6N})$
в объеме
$G' - x_1, x_1'; x_2, x_2'$



З: G весь объем ф. пр. $\rightarrow W = 1$

$$\int\limits_{(G)} \omega(X,t)\,dX = 1$$

условие нормировки

зная $\omega(X,t) \mapsto$ стат. ср. любой $F(X)$

ст. ср. $\bar{F} = \int\limits_{(X)} F(X)\,\omega(X,t)\,dX$

ср. кв. укл. $\Delta F = \sqrt{\overline{(F - \bar{F})^2}}$