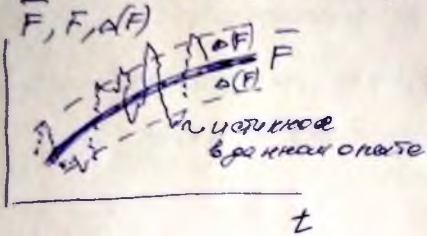
$\bar F$ $\Delta(F)$ могут быть $f(t)$

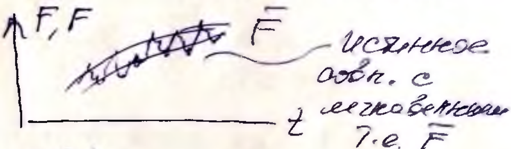


$$W\{|F-\bar F| \ge a\} \le \frac{\overline{(F-\bar F)^2}}{a^2}$$

в другом опыте истинная кривая по другому но не сильно выходя за $\Delta(F)$

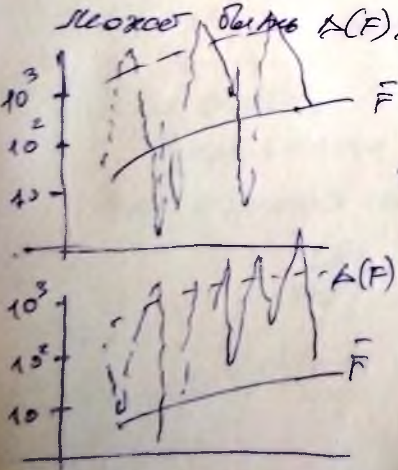
Может быть что при $\bar F$ $\Delta(F)$ мала

$\Delta(F)/\bar F \ll 1$



лучший вариант через статистику зная истинное зн. $F(t)$

Может быть $\Delta(F) \gg F \mapsto \bar F$ - не выражает ничего за конец



закон для $z = \frac{\sum F_i}{\sum i}$

т.е. ср. арифм. от реальных F_i по большому числу повторен[ий] - через закон больших чисел

за $\Delta(F)$ сильно не выходит но само $\Delta(t)$ велико реальное $F(t)$ не совпадает с $F(t)$ в другой раз закона нет

Только если набрать N проходов и $N \to \infty$

Теорема Лиувилля Лиувилля

Сохранение фазового объема

При описании системы: -aa-

1 точка в фаз. пр. → последов состояний на траектории

фаз. объем – совокупн. ф. точек как набор возм. сост. сист

стат. фаз. анс.

точки фаз. простр → как точки фаз жидк

движ. фаз. анс в фаз пр-ве как движ фаз жидк как движ. обычн жидк

Для систем Гамильтона фаз жидкость не сжимаема

Для обычной жидк.

$$\frac{d\rho}{dt} + div(\rho \bar{v}) = 0$$

ур-е неразр

$$\rho\, div\, \bar{v} + \bar{v}\, grad\, \rho = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

ρ – const

$$div\, \bar{v} = 0 \Leftarrow$$

$$\nabla \cdot \bar{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Для фаз. ж-сти $\operatorname{div} \dot{X}_k = ?$

$$\operatorname{div} \dot{X} = \sum_{k=1}^{6N} \frac{\partial \dot{X}_k}{\partial X_k} = \underbrace{\sum_{k=1}^{3N} \frac{\partial \dot{X}_k}{\partial X_k}}_{q} + \underbrace{\sum_{k=1}^{3N} \frac{\partial \dot{X}_k}{\partial X_k}}_{p}$$

$$X \begin{cases} x \to q \\ m\dot{x} \to p \end{cases}$$

$$\operatorname{div} \dot{X} = \sum_{k=1}^{3N} \frac{\partial \dot{q}_k}{\partial q_k} + \frac{\partial \dot{p}_k}{\partial p_k} = \sum_{k=1}^{3N} \frac{\partial}{\partial q_k}\left(\frac{\partial H}{\partial p_k}\right) + \frac{\partial}{\partial p_k}\left(-\frac{\partial H}{\partial q_k}\right)$$

т.е. $\operatorname{div} \dot{X} = 0$

и как и вода фаз. жидк. несжимаема, начальный объем фаз. жидк-сти остается неизменным — Т. Лиувилля

Возвратная теорема Пуанкаре и Цермело

Рассм. систему с конечным значением полной энергии $E_{min} < E < \infty$ и размерами $\ll \infty$

фаз. объем $\Gamma(E)$ — конечен $< \infty$

поверхн. — гиперпов-ть S с энергией $H(x) = E$ конечна

— любая фаз. точка при $t \to$ больших возвращается сколь угодно близко к исходному значению

Или иначе
фаз. объем "g" фаз. точек попадающих в
него будет g и не возвращающихся в
течение с течением времени
любой части полного числа
точек.

Г - фаз объем - const
через пов. "б" фаз т-ки
из объема "g"
g' - объем вытекающих
через б и не возвр.
назад в g

$$Tg' < Г - g < Г$$

кол-во вытек. за T и не вернувшихся — объем где они остались — общий объем

1) T - конечно - все нормально

2) $T \to \infty \mapsto g' \to 0$ чтобы выполнялось условие невозвращения

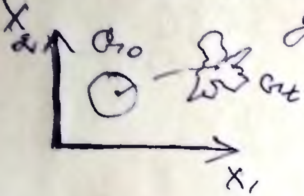
Вывод: любой необр. процесс не явл-ся абсолютно необратимым.
Адиабатически изолир. сист. могут спонтанно возвр. к исх. состоянию.
Ответ на противоречия между микрообратим. и макронеобрат.
Для времен где справедливо возр. энтр. $\frac{dS}{dt} > 0$ все нормально но для очень больших $\frac{dS}{dt} < 0$

Уровнение динамики статистического ансамбля

Стан фаз анс через $\omega(X,t)$

Нужно найти $\omega(x,t)$ из $\omega(X, t=0)$

найти ур-е движения для $\omega(X,t)$



$$\Gamma_0 = \Gamma_t$$

$$\int_{\Gamma_0} dx_1 \ldots dx_{6N}\, \omega(x_1, x_2 \ldots t) =$$

$$= \int_{\Gamma_t} dx_1 dx_2 \ldots dx_{6N}\, \omega(x_1 \ldots t)$$

$$\omega(x^0, 0)\Big|_{\Gamma_0} = \omega(x^t, t)\Big|_{\Gamma_t}$$

Из ур. Гамильтон

$$X^t = f(X^0, t=0) = f(X^0, 0)$$

$$X^0 = f^{-1}(X^t, t)$$

$$\omega(X^t, t) = \omega(X^0, 0) = \omega(f^{-1}(X^t, t), 0)$$

$$\underline{\omega(X, t)} = \omega(f^{-1}(X, t), 0) =$$

$$= \underline{\omega_0(f^{-1}(X, t))}$$

$$\omega_0(X) = \omega(X, 0)$$

$$\frac{d}{dt}\int_{\Gamma_t} \omega(X, t)\, dX = 0$$

Вер-сть нахож в объеме Γ_t не изменяется